

QS015
Mathematics
Semester I
Session 2015/2016
1 hour

QS015
Matematik
Semester I
Sesi 2015/2016
1 jam



KEMENTERIAN
PENDIDIKAN
MALAYSIA

BAHAGIAN MATRIKULASI
MATRICULATION DIVISION

UJIAN PERTENGAHAN SEMESTER PROGRAM MATRIKULASI
MID-SEMESTER EXAMINATION

MATEMATIK
1 jam

JANGAN BUKA KERTAS SOALAN INI SEHINGGA DIBERITAHU.
DO NOT OPEN THIS QUESTION PAPER UNTIL YOU ARE TOLD TO DO SO.

ARAHAN KEPADA CALON:

Kertas soalan ini mengandungi 6 soalan.

Jawab **semua** soalan pada buku jawapan yang disediakan.

Markah penuh yang diperuntukkan bagi tiap-tiap soalan atau bahagian soalan ditunjukkan dalam kurungan pada penghujung soalan atau bahagian soalan.

Semua langkah kerja hendaklah ditunjukkan dengan jelas.

Kalkulator saintifik yang tidak boleh diprogramkan sahaja boleh digunakan.

Jawapan berangka boleh diberi dalam bentuk π , e , surd, pecahan atau sehingga tiga angka bererti, di mana-mana yang sesuai, kecuali jika dinyatakan dalam soalan.

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:

This question paper consists of 6 questions.

Answer **all** questions in the answer booklet provided.

The full marks for each question or section are shown in the bracket at the end of each of the question or section.

All steps must be shown clearly.

Only non-programmable scientific calculators can be used.

Numerical answers can be given in the form of π , e , surd, fractions or up to three significant figures, where appropriate, unless stated otherwise in the question.

Kertas soalan ini mengandungi 9 halaman bercetak.

This question paper consists of 9 printed pages.

SENARAI RUMUS MATEMATIK

Bagi persamaan kuadratik $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bagi suatu siri aritmetik:

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

Bagi suatu siri geometri:

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

Bagi hasil tambah ketakterhinggaan:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$$

Kembangan Binomial:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + b^n,$$

dengan $n \in \mathbb{N}$ dan $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

$$(1+ax)^n = 1 + n(ax) + \frac{n(n-1)}{2!}(ax)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}(ax)^3 + \dots$$

$|ax| < 1$ dengan $n \in \mathbb{Z}^-$ atau $n \in \mathbb{Q}$

LIST OF MATHEMATICAL FORMULAE

For the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

For an arithmetic series:

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

For a geometric series:

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

For sum to infinity:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$$

Binomial expansion:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + b^n,$$

$$\text{where } n \in \mathbb{N} \text{ and } \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$(1+ax)^n = 1 + n(ax) + \frac{n(n-1)}{2!}(ax)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}(ax)^3 + \dots$$

$$|ax| < 1 \text{ where } n \in \mathbb{Z}^- \text{ or } n \in \mathbb{Q}$$

QS015

1 Permudahkan $\frac{3+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} - \frac{1-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ dalam bentuk $a+b\sqrt{c}$ dengan a, b dan $c \in \mathbb{R}$.

[4 markah]

2 Dapatkan set penyelesaian bagi $x-1 \leq x^2 + 3x \leq x+3$.

[6 markah]

3 (a) Tuliskan $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ dalam bentuk polar.

[3 markah]

(b) Ungkapkan $\frac{\bar{z}z - 5i}{2+i}$ dalam bentuk $a+bi$ dengan $z = -1+3i$ dan \bar{z} adalah konjugat bagi z .

[4 markah]

4 Selesaikan $\log_3(3x+10) - 1 = \frac{3}{\log_2 3} - \log_3 3x$.

[7 markah]

Kang Kooi Wei

1 Simplify $\frac{3+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} - \frac{1-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ in the form $a+b\sqrt{c}$ where a, b dan $c \in \mathbb{R}$.

[4 marks]

2 Obtain the solution set for $x-1 \leq x^2 + 3x \leq x+3$.

[6 marks]

3 (a) Write $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ in the polar form.

[3 marks]

(b) Express $\frac{\bar{z}z - 5i}{2+i}$ in the form $a+bi$ where $z = -1+3i$ and \bar{z} is a conjugate of z .

[4 marks]

4 Solve $\log_3(3x+10) - 1 = \frac{3}{\log_2 3} - \log_3 3x$.

[7 marks]

5 (a) Diberi suatu siri aritmetik $\left(\frac{1}{12}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + \dots + \left(-\frac{43}{6}\right)$.

Cari

(i) bilangan sebutan bagi siri di atas.

[3 markah]

(ii) hasil tambah semua sebutan.

[2 markah]

(b) (i) Ungkapkan $(16 + 32x)^{\frac{3}{4}}$ dalam bentuk $a(1 + bx)^{\frac{3}{4}}$ dengan a dan $b \in \mathbb{R}$.

Seterusnya, cari kembangan bagi $(16 + 32x)^{\frac{3}{4}}$ dalam kuasa menaik x sehingga sebutan yang mengandungi x^3 .

[5 markah]

(ii) Dengan menggantikan $x = 0.01$, nilaikan $(1.02)^{\frac{3}{4}}$ betul kepada tiga tempat perpuluhan.

[3 markah]

- 5 (a) Given an arithmetic series is $\left(\frac{1}{12}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + \dots + \left(-\frac{43}{6}\right)$.

Find

- (i) the number of terms in the above series.

[3 marks]

- (ii) the sum of all terms.

[2 marks]

- (b) (i) Express $(16 + 32x)^{\frac{3}{4}}$ in the form $a(1 + bx)^{\frac{3}{4}}$ where a and $b \in \mathbb{R}$.

Hence, find the expansion of $(16 + 32x)^{\frac{3}{4}}$ in ascending powers of x up to the term in x^3 .

[5 marks]

- (ii) By substituting $x = 0.01$, evaluate $(1.02)^{\frac{3}{4}}$ correct to three decimal places.

[3 marks]

- 6 (a) Diberi matriks $A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 4 \\ 10 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} -7 & 5 & 6 \\ 20 & -10 & -20 \\ -15 & 5 & 20 \end{pmatrix}$ supaya

$AB = mI$, dengan m adalah pemalar dan I ialah matriks identiti 3×3 .

Tentukan nilai m dan deduksikan A^{-1} .

[6 markah]

- (b) Sebuah kilang menghasilkan tiga jenis cat yang baharu, P , Q dan R dengan mengadunkan warna putih, merah dan kuning mengikut amaun tertentu. Amaun warna cat (dalam liter) untuk satu tin cat adalah diberi dalam jadual berikut:

	Putih (liter)	Merah (liter)	Kuning (liter)
P	10	7	4
Q	10	5	2
R	5	4	3

Kos untuk menghasilkan satu tin cat P , Q dan R masing-masing berharga RM264, RM200 dan RM158 manakala kos satu liter cat putih, merah dan kuning masing-masing berharga RM x , RM y dan RM z .

- (i) Dapatkan suatu sistem persamaan linear untuk mewakili maklumat di atas. Seterusnya, tulis persamaan matrik tersebut.

[3 markah]

- (ii) Dengan menggunakan keputusan dari (a), tentukan kos bagi satu liter cat putih, merah dan kuning yang diguna untuk menghasilkan cat baharu tersebut.

[4 markah]

KERTAS SOALAN TAMAT

Kang Kooi Wei

6 (a) Given matrix $A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 4 \\ 10 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ and matrix $B = \begin{pmatrix} -7 & 5 & 6 \\ 20 & -10 & -20 \\ -15 & 5 & 20 \end{pmatrix}$ such

that $AB = mI$, where m is a constant and I is the 3×3 identity matrix.

Determine the value of m and deduce A^{-1} .

[6 marks]

- (b) A factory produces three new paints, P , Q and R by mixing white, red and yellow colours of paint according to a certain amount. The amount of colours (in litre) for a tin of paint is given in the following table:

	White (litre)	Red (litre)	Yellow (litre)
P	10	7	4
Q	10	5	2
R	5	4	3

The cost to produce a tin of paint P , Q and R are RM264, RM200 and RM158 respectively while the cost of a litre of white, red and yellow paint cost RM x , RM y and RM z respectively.

- (i) Obtain a system of linear equations to represent the above information. Hence, write down the matrix equation.

[3 marks]

- (ii) By using the result from (a), determine the cost of one litre of white, red and yellow paint used in the production of the new paints.

[4 marks]